

មានសិស្សមួយក្រុម(ចំនួនសិស្សសរុបក្នុងក្រុមនោះជាចំនួនគូ) នាំគ្នាអង្គុយជុំវិញតុមូលមួយ ក្នុងថ្នាក់រៀន។ នៅពេលចេញលេង សិស្សទាំងអស់នាំគ្នាចេញក្រៅថ្នាក់។ នៅពេលចូលរៀនវិញ សិស្សទាំងអស់មកអង្គុយជុំវិញតុមូលនោះវិញ ដោយចង់អង្គុយកន្លែងដើមក៏បាន អង្គុយកន្លែងថ្មីក៏បាន។ ចូរបង្ហាញថា មានយ៉ាងតិចសិស្សពីរនាក់ ដែលនៅមុននិងក្រោយពេលចេញលេង ចំនួនសិស្សដទៃអង្គុយចន្លោះគេពីរនាក់នោះនៅដដែល។

យើងតាង S_{2n} ជាសំណុំនៃសិស្សទាំងនោះ ហើយតាង σ ជាចម្លស់ក្រោយពេលចេញលេង។ នោះ លំហាត់ខាងលើសមមូលនឹង:

គេឲ្យចម្លស់ $\sigma \in S_{2n}$ ស្រាយថា មានគូ i, j ផ្ទៀងផ្ទាត់:

$$|i - j| = |\sigma(i) - \sigma(j)|$$

(មានន័យថា ចន្លោះរវាង i, j ស្មើគ្នា មុននិងក្រោយពេលធ្វើចម្លស់)

សន្មត សិស្សចំនួន $2n$ នាក់នោះ ជាកំពូលនៃពហុកោណនិយ័តមួយ គឺកំពូល P_1, P_2, \dots, P_{2n} ចម្លស់ σ បានធ្វើឲ្យកំពូល P_i ក្លាយទៅជាកំពូល $P_{\sigma(i)}$

បើ ចំនួនកំពូលនៅចន្លោះ a និង b មុននិងក្រោយចម្លស់ σ នៅតែស្មើគ្នាដដែល កាលណា

$$a - \sigma(a) \equiv b - \sigma(b) \pmod{2n} \quad (*)$$

យើងនឹងបង្ហាញថា មានគូ (a, b) ផ្ទៀងផ្ទាត់ $(*)$ ។

ស្រាយតាមការឧបមាផ្ទុយពីការពិត ឧបមាថា គ្មាន (a, b) ផ្ទៀងផ្ទាត់ $(*)$

នោះ តម្លៃនៃ $i - \sigma(i)$ គឺ $0, 1, 2, \dots, 2n-1 \pmod{2n}$

$$\text{ផលបូកនៃ } i - \sigma(i) \text{ ចំពោះគ្រប់ } i \text{ គឺ } 0+1+2+\dots+2n-1 \pmod{2n} = (2n-1) \cdot n \pmod{2n}$$

តែ $\sigma(i)$ ជាចម្លស់នៃ i នោះផលបូកនៃគ្រប់តម្លៃ $\sigma(i)$ ស្មើនឹងផលបូកគ្រប់តម្លៃនៃ i

នោះ ផលបូកនៃគ្រប់តម្លៃ $i - \sigma(i)$ ស្មើសូន្យ

$$\text{នោះ } (2n-1) \cdot n \pmod{2n} = 0 \text{ នាំឲ្យ } 2n-1 \text{ គូ, ផ្ទុយពីការពិត។}$$

ដូចនេះ: មានគូ (a, b) ផ្ទៀងផ្ទាត់ $(*)$ មានន័យថា

មានយ៉ាងតិចសិស្សពីរនាក់ ដែលចំនួនសិស្សដទៃអង្គុយចន្លោះគេពីរនាក់នោះនៅដដែល។